

## Испаряются ли обычные гравитирующие тела?

(12.05.2015)

### Аннотация

В статье анализируются эффекты Унру и Хокинга. Отмечено, что соответствующие эффекты фактически предсказаны классической (неквантовой) общей теорией относительности еще в 30-х годах 20-го века и справедливы не только для черных дыр, но и для любых источников тяготения (или даже электромагнитного поля), которые, таким образом, также могут постепенно испаряться со временем.

### 1 Квантовые эффекты Хокинга и Унру

В середине 1970-х были опубликованы работы [1 – 2], в которых предсказаны два близких по физическому смыслу эффекта: испарение черных дыр (эффект Хокинга) и излучение, регистрируемое ускоренно движущимся относительно вакуума наблюдателем (эффект Унру).

Переходя к собственному времени равномерно ускоренного наблюдателя (т.е. от инерциальной к ускоренной системе координат) и используя преобразования Боголюбова для операторов уничтожения и рождения частиц [3], можно получить температуру, которую регистрирует ускоренный наблюдатель (точнее, его локальный термометр):

$$k_B T = \frac{\hbar a}{2\pi c}$$

*“Замечательно, что эта температура является одной и той же для всего электромагнитного спектра... Она зависит только от ускорения и выбора естественных единиц... Со всех точек зрения квантовый вакуум пустого пространства проявляется для отдельного ускоренного наблюдателя как температура теплового излучения, ... это называется эффектом Унру.”<sup>1</sup> [3]*

Интересно, что эту формулу можно “угадать” (с точностью до постоянного числового коэффициента). Действительно, согласно закону смещения Вина имеем:

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{\gamma k_B T}$$

где  $\gamma = 0.00289776829$ , температура  $T$  дана в кельвинах, а  $\lambda_{\max}$  (длина электромагнитной волны с максимальной интенсивностью при данной температуре  $T$ ) — в метрах. Отсюда, используя формулу Унру, получаем:

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{\gamma k_B T} = \frac{2\pi\hbar c}{\gamma} \cdot \frac{2\pi c}{\hbar a} = \frac{4\pi^2}{\gamma} \cdot \frac{c^2}{a}$$

---

<sup>1</sup> Перевод мой – МХШ.

где величину  $c^2/a$  можно вывести из одних только соображений размерности. Постоянная Планка, как видно, в этой последней формуле вообще не фигурирует.

Эффект Хокинга может рассматриваться как эффект Унру (в полном соответствии с общей теорией относительности), если вышеуказанное ускорение наблюдателя обусловлено его движением в гравитационном поле черной дыры. В этом случае, записав ускорение  $a$  в поле тяготения массы  $M$  в виде  $a = GM/r^2$  и выразив радиус Шварцшильда черной дыры как  $r = 2GM/c^2$ , из формулы Унру можно легко найти для температуры хокинговского излучения вблизи горизонта событий черной дыры:

$$k_B T = \frac{\hbar c^3}{8\pi GM}$$

Таким образом, ускоренный (в том числе – в гравитационном поле черной дыры) наблюдатель оказывается, по моему мнению, в так называемом “тепловом” состоянии света, в котором, как и в вакууме, среднее значение напряженности электромагнитного поля равно нулю, но среднее число фотонов  $\bar{n} = 1/(e^{\hbar\omega/kT} - 1)$  больше нуля, а среднеквадратическое значение энергии превосходит специфическое для вакуума значение  $\hbar\omega/2$ .

## 2 Неквантовый подход к объяснению теплового излучения

Хокинг писал в аннотации к своей упомянутой выше работе 1974 года (перевод мой – МХШ):

*“В классической теории черные дыры могут только поглощать частицы, но не излучать их. Однако [в данной статье] показывается, что квантовомеханические эффекты вынуждают черные дыры рожать и испускать частицы, как если бы они [дыры] были обычными нагретыми телами с температурой  $(\hbar\kappa/2\pi k) \approx 10^{-6}(M_\odot/M)$  °K, где  $\kappa$  – поверхностная плотность гравитационного заряда черной дыры. Тепловое излучение приводит к медленному уменьшению массы черной дыры и ее финальному исчезновению...”* [1].

Между тем, на наличие температуры и существование теплового излучения, исходящего от гравитирующих объектов (не обязательно черных дыр!) *безотносительно к квантовым явлениям* указывал еще Р. Толмен в своей классической монографии (см. в ней параграф о релятивистском тепловом равновесии сферы):

*“... собственная температура среды, измеряемая локальным наблюдателем, использующим обычные методы тепловых измерений, не может быть постоянной повсюду в сфере, которая находится в состоянии теплового равновесия; напротив, собственная температура зависит от значения гравитационного потенциала в данной точке, увеличиваясь по мере приближения к центру сферы. Этот вывод, конечно, очень отличается от классического, ... согласно которому однородная температура есть необходимое условие теплового равновесия. Напомним, однако, что с точки зрения теории относительности все формы энергии обладают весом, так же как и массой. Тогда заключение о том, что необходим температурный градиент для того, чтобы отсутствовал тепловой поток из областей с более высоким гравитационным потенциалом в области с более низкими его значениями, кажется вполне естественным.”* [4]

Таким образом, нет необходимости связывать тепловое излучение черной дыры с квантовыми эффектами именно вблизи горизонта событий – теоретически тепловые фотоны могут рождаться *на любом расстоянии от источника*, при этом формально не требуется рассматривать процессы рождения и уничтожения частиц вблизи горизонта. Более того, поскольку “с точки зрения теории относительности все формы энергии обладают весом, так же как и массой”, то неоднородное распределение температуры<sup>2</sup>, обеспечивающее равновесное состояние, должно быть характерно для источника центрального поля *любой* природы, например – от источника гравитации произвольного тела (не черной дыры!), источника электромагнитного поля и пр.

Насколько я могу судить, при этом не играет никакой роли эффект туннелирования одной из пары рождающихся частиц сквозь горизонт. Факт испарения источника поля более не требуется приписывать исключительно черным дырам, он, видимо, имеет универсальный характер: обусловленное энергией источника поля тепловое излучение непрерывно уносится в окружающее пространство, что и приводит к постепенному “испарению” этого источника (разумеется, эффект оказывается практически ненаблюдаемым вследствие ничтожных значений температур). Впрочем, еще сам Хокинг в [1] заметил, что испарению в большинстве случаев будет препятствовать, например, реликтовое излучение с температурой около 3 К.

### 3 Энтропия произвольного источника центрального поля

Незадолго до вывода формулы Хокинга Бекенштейном было установлено выражение для энтропии  $S_{BH}$  черной дыры [7]:

$$S_{BH} \approx \frac{c^3 A}{4G\hbar}$$

Здесь  $A$  – площадь поверхности горизонта черной дыры.

А нельзя ли, развивая тезис об универсальности теплового проявления поля любого центрального источника гравитации, обобщить и выражение для энтропии на произвольный источник? Часто приходится встречать утверждение, что для гравитирующей массы очень сложно вычислить энтропию из-за эффекта дальнего действия взаимовлияния ее частей (в газах, например, этот эффект ничтожен). В работе [6] я, однако, предложил решение этой задачи, отталкиваясь от точки зрения Бекенштейна (перевод мой – МХШ): *“состояние черной дыры не может сообщить нам точно, благодаря росту какой именно системы она образовалась. Эта огромная утрата “структурной информации” относительно специфических микроскопических конфигураций может быть причиной огромной энтропии черной дыры, так что черная дыра оказывается причиной колоссальной утраты информации”*. [7]

Ведь точно так же нет способа определить распределение материи внутри сферы данного радиуса, окружающей обычный источник центрально поля, если пользоваться только измерением напряженности поля на определенном

<sup>2</sup> Впрочем, явное выражение для температуры, найденное Толменом, насколько можно судить, не вполне совпадает с формулой Унру. Кроме того, в недавно вышедшей работе [5] ее авторы утверждают, что (микроскопическая) температура Унру принципиально не совпадает с (макроскопической) температурой Толмена и обусловлена чисто квантовой связью термометра с рождающимися частицами. При этом, по утверждению авторов, температура вакуума для наблюдателя в любой системе отсчета остается равной нулю.

расстоянии от его центра – как известно, эта величина не зависит от распределения материи внутри такой сферы! Поскольку напряженность гравитационного поля может быть выражена через эквивалентный поверхностный гравитационный заряд, то энтропия, отвечающая поверхности соответствующей сферы, совпадет с (безразмерной, выраженной через квадрат планковской длины) площадью поверхности сферы. Аналогия с энтропией черной дыры очевидна, однако возникает фундаментальный парадокс, который заметил автор знаменитой работы [8], выдвинувший гипотезу о “вторичности гравитационной силы”: если и коэффициент пропорциональности в формулах для энтропии был бы одинаков, то энтропия черной дыры оказалась бы *намного меньше* энтропии обычного тела, поскольку его гравитационный радиус много меньше фактического!

Для устранения этого парадокса я предложил ввести в коэффициент пропорциональности, связывающий площадь горизонта и энтропию произвольного тела, дополнительный множитель вида  $\rho/\rho_{cr}$ , где  $\rho$  – фактическая плотность тела,  $\rho_{cr}$  – “критическая” плотность сколлапсировавшего тела такой же массы. Этот множитель, например, для Земли равен  $10^{-26}$ , для Солнца составляет порядка  $10^{-16}$ , а для нашей Вселенной в целом он близок к 1 (заметим – так же, как для черной дыры). Очевидно, такой множитель эффективно увеличивает энтропию тела при его приближении к состоянию коллапса. Кроме того, он естественным образом учитывает прямую корреляцию энтропии с массой вещества, заключенной под мысленной сферой с площадью поверхности  $A$ , окружающей тело.

Таким образом, предлагаемая мной формула для энтропии  $S$  любого тела (в том числе и ЧД) принимает вид:

$$S = S_{BH} \frac{\rho}{\rho_{cr}} = \frac{c^3 A \rho}{4G\hbar\rho_{cr}}$$

Учтем, что площадь  $A$  пропорциональна квадрату радиуса сферы, а плотность  $\rho$  обратно пропорциональна (при заданной массе) кубу этого радиуса, поэтому, в конечном счете, энтропия  $S$  обратно пропорциональна радиусу сферы, т.е. *возрастает с уменьшением радиуса*. Отсюда следует важный результат: процесс взаимного притяжения массивных тел приводит к *увеличению их суммарной энтропии*, т.е. соответствует направлению времени, отвечающему второму началу термодинамики.

К аналогичному выводу приводят и “энергетические” соображения: предоставленная самой себе пробная частица притягивается к источнику поля тяготения, стремясь минимизировать разность гравитационных потенциалов между своим текущим положением и поверхностью источника. Если же пробная частица вращается с постоянной скоростью вокруг источника поля тяготения, то минимизируется алгебраическая сумма гравитационной и кинетической энергии, в результате чего вращение происходит по соответствующей стационарной орбите.

#### 4 Выводы

1. Излучение Хокинга, которое может привести к испарению черной дыры, не требует специального квантовомеханического обоснования, этот эффект (как и эффект Унру) вытекает из положения общей теории относительности, согласно которому в состоянии равновесия температура вокруг гравитирующего объекта не

является однородной. Эта температура порождает поле излучения, забирающее часть энергии покоя объекта.

2. В общем случае такими же свойствами должно обладать центральное поле источника любой природы (не только гравитационного). При определенных условиях такие источники поля также могут “испаряться” со временем.

3. Не только для температуры, но и для энтропии обычного гравитирующего тела можно предложить формулу, включающую черную дыру как частный случай.

## Ссылки

[1] S. W. Hawking. Particle Creation by Black Holes. Commun. math. Phys. **43**, 199 – 220 (1975).

[2] W.G. Unruh. Notes on black-hole evaporation. Phys. Rev. D, 870 – 892 (1976). Press, 1969.

[3] Ulf Leonhardt. Essential quantum optics: From quantum measurements to black holes. Cambridge, 2010.

[4] R. Tolman. Relativity, thermodynamics and cosmology. Oxford, at the Clarendon Press. First Edition: 1934.

[5] Detlev Buchholz and Rainer Verch. Unruh versus Tolman: On the heat of acceleration, arXiv:1505.01686v1 [gr-qc] 7 May 2015

[6] М.Х. Шульман. Энтропия источника поля тяготения.

[http://www.timeorigin21.narod.ru/rus\\_time/Force\\_and\\_entropy\\_rus.pdf](http://www.timeorigin21.narod.ru/rus_time/Force_and_entropy_rus.pdf)

М.Н. Shulman. Entropy of a gravitational force source

[http://www.timeorigin21.narod.ru/eng\\_time/Force\\_and\\_entropy\\_eng.pdf](http://www.timeorigin21.narod.ru/eng_time/Force_and_entropy_eng.pdf)

[7] Jacob D. Bekenstein. Black holes and information theory, arXiv:quant-ph/0311049v1 9 Nov 2003

[8] Erik Verlinde. On the Origin of Gravity and the Laws of Newton. arXiv:1001.0785v1 [hep-th] 6 Jan 2010. Русский перевод “О природе тяготения и законов Ньютона” доступен по ссылке

[http://timeorigin21.narod.ru/rus\\_translation/Gravity\\_and\\_entropy.pdf](http://timeorigin21.narod.ru/rus_translation/Gravity_and_entropy.pdf)