© М.Х. Шульман, 2010 (shulman@dol.ru)

Энтропия источника поля тяготения

(02.08.2010, исправлено 14.09.2015)

Аннотация

В статье анализируется связь между источником поля тяготения и энтропией. Обобщается знаменитый “предел Бекенштейна”, или универсальный предел для энтропии..

1. Введение

В 70-х годах прошлого века Я. Бекенштейн установил, что черные дыры (ЧД) должны обладать огромной энтропией, пропорциональной площади ограничивающей их сферы – горизонта событий. В работе [**Bekenstein, 2003**] он писал (перевод мой – М.Х.Ш.):

> … черная дыра с массой, равной массе Солнце, имеет энтропию, большую [примерно на 20 порядков], чем энтропия звезды той же массы, которая могла бы быть ее предком. Но почему энтропия дыр должна быть больше на много порядков? Принцип Больцмана, утверждающий, что энтропия системы равна логарифму от числа микроскопических конфигураций, совместимых с макроскопическими параметрами системы, вместе с принципом “[у черной дыры] нет волос”, предполагает, что энтропия черной дыры больше потому, что состояние черной дыры не может сообщить нам точно, благодаря росту какой именно системы она образовалась. Эта огромная утрата “структурной информации” относительно специфических микроскопических конфигураций может быть причиной огромной энтропии черной дыры, так что черная дыра оказывается причиной колоссальной утраты информации.

Автор недавно опубликованной статьи **[Verlinde, 2010]** показал, что связь между тяготением и энтропией может существовать не только для ЧД, но и для “обычных” массивных тел, далеких от гравитационного коллапса. Он ввел для каждого такого тела представление о гипотетическом сферическом экране, несущим информацию о нем и окружающем это тело, и предположил, что силы гравитации имеют не фундаментальный, а вторичный характер, будучи в точности обусловленными по величине возникающим градиентом энтропии при изменении радиуса экрана.

Однако допущение о присутствии подобного “голографического” экрана, несущего информацию, не кажется достаточно обоснованным[1]. С другой стороны, наличие несомненной связи между гравитацией и энтропией вовсе не обязательно должно приводить к идее о первичности именно энтропии. Так, авторы **[Porcelli and Scibona, 2010]** показывают, что нет оснований однозначно считать энтропию источником гравитации, поскольку правомерна и другая точка зрения: термодинамическое уравнение состояния может быть выведено на основании уравнений теории тяготения.

В настоящей работе утверждается, что гравитационное поле может создавать условия для возникновения градиентов энтропии не только в случае черных дыр, но и в случае “обычных” массивных тел.

---

[1] См., в частности, интересную статью **[Myung et al., 2010]**.

2. Поле центрально-симметричного источника и энтропия

Пусть тело с массой M создает *центрально-симметричное* поле тяготения с потенциалом Ф(r) ~ 1/r . Как известно, поле на расстоянии r от такого источника определяется только той частью массы, которая сосредоточена *внутри* сферы этого радиуса. По аналогии с тем, как это принято для горизонта ЧД, мы можем сформулировать данное утверждение несколько иначе: *поле на расстоянии r определяется эквивалентным поверхностным гравитационным зарядом σ для сферы такого радиуса, причем одна и та же эквивалентная величина σ может соответствовать очень большому числу конфигураций реального распределения масс внутри сферы*.

Говоря иначе, для наблюдателя, связанного с пробной частицей, всегда имеется реальная неопределенность в распределении массы центрального источника – взаимодействие пробной частицы с источником силы просто физически не способно предоставить большей информации об этом распределении. При заданной величине этой массы неопределенность зависит от расстояния между пробной частицей и центром источника. Поскольку напряженность гравитационного поля может быть выражена через эквивалентный поверхностный гравитационный заряд, то энтропия, отвечающая поверхности соответствующей сферы, совпадет с (безразмерной, выраженной через квадрат планковской длины) площадью поверхности сферы.

Сказанное можно сформулировать и в терминах термодинамики. Как известно, приращение энергии/работы dW можно представить в виде произведения обобщенной силы на приращение обобщенной координаты. Например, это может быть произведение обычной силы (например, тяготения) на перемещение вдоль координаты (dW=F·dx), или произведение давления (газа) на приращение объема (dW=p·dV). Но с таким же успехом это может быть и произведение температуры (удельной энергии на единицу поверхности) на приращение площади поверхности (dW=T·dA), так что последняя вполне может выполнять функцию энтропии.

Следуя примеру Бекенштейна, рассмотрим падение пробной частицы на источник поля тяготения. Пусть пробная частица пересекает мысленную сферу определенного радиуса, окружающего источник (в данном случае – не черную дыру). Для другой пробной частицы вне этой сферы дело выглядит так, что масса источника увеличилась за счет первой пробной массы и, соответственно, увеличилось число возможных конфигураций распределения массы внутри указанной сферы. То есть первая пробная масса привносит в сферу связанную с ней энтропию, что в точности напоминает ситуацию с черной дырой.

3. Унификация описания “обычного” тела и черной дыры

Попробуем связать воедино формулы для температуры и энтропии, относящиеся к обычному массивному телу (массы *M* и радиуса *r)* и к черной дыре (с массой *M* и радиусом $r_G=2GM/c^2$) , где *G* – гравитационная постоянная.

Для *температуры* можно использовать формулу Унру (см. **[Good, 2006]**)

$$T_U = (\hbar/2\pi ck)a$$

где *a* – ускорение, *c* – скорость света, *k* – постоянная Больцмана, *ħ* – постоянная Планка.

Эта температура[2] в точности аналогична температуре Хокинга на горизонте событий черной дыры

$$T_H = (\hbar/2\pi ck)\sigma$$

где σ – ускорение свободного падения на горизонте событий ЧД.

Теперь попробуем определить зависимость для *энтропии*. Для черной дыры Шварцшильда энтропия пропорциональна площади горизонта событий. В подходе Верлинде энтропия голографического горизонта также пропорциональна его площади, однако это приводит к фундаментальному парадоксу, который заметил и сам Верлинде: если коэффициент пропорциональности одинаков, то энтропия черной дыры оказывается намного *меньше* энтропии обычного тела, поскольку его гравитационный радиус много меньше фактического!

Для устранения этого парадокса я предлагаю ввести в коэффициент пропорциональности, связывающий площадь горизонта и энтропию произвольного тела, дополнительный сомножитель вида ($\rho/\rho_{кр}$), где ρ – фактическая плотность тела, $\rho_{кр}$ – “критическая” плотность сколлапсировавшего тела такой же массы. Этот сомножитель, например, для Солнца составляет порядка 10^{-16}, для Земли – 10^{-26} (см. ниже табл. 1). Очевидно, такой сомножитель эффективно увеличивает энтропию тела при его приближении к состоянию коллапса. Кроме того, он естественным образом учитывает прямую корреляцию энтропии с массой вещества, заключенной под мысленной сферой с площадью поверхности A, окружающей тело.

Таким образом, предлагаемая мной формула для энтропии S любого тела (в том числе и ЧД) принимает вид:

$$S = c^3 A\rho/4G\hbar\rho_{кр}$$

Заметим, что площадь A пропорциональна квадрату радиуса сферы, а плотность ρ обратно пропорциональна (при заданной массе) кубу этого радиуса, поэтому в конечном счете энтропия S обратно пропорциональна радиусу сферы, т.е. *возрастает с уменьшением радиуса*. Отсюда следует важный результат: процесс взаимного притяжения массивных тел приводит к *увеличению их суммарной энтропии*, т.е. соответствует направлению времени, отвечающему второму началу термодинамики.

К аналогичному выводу приводят и “энергетические” соображения: предоставленная самой себе пробная частица притягивается к источнику поля тяготения, стремясь минимизировать разность гравитационных потенциалов между своим текущим положением и поверхностью источника. Если же пробная частица вращается с постоянной скоростью вокруг источника поля тяготения, то минимизируется алгебраическая сумма гравитационной и кинетической энергии, в результате чего вращение происходит по соответствующей стационарной орбите.

4. Заключение

Мы приходим к следующим важным выводам.

- Для любой массивной частицы естественным образом возникает градиент энтропии, направленный вдоль радиуса ее поля тяготения. Более того, это

[2] Численное значение данной температуры на поверхности тел в нашей Вселенной колеблется от 10^{-15} до 10^{-30} °K.

явление может быть характерно вообще для источника центрально-симметричного поля любой природы, например, электростатического. В этом смысле связь между “фундаментальной” силой и энтропией вовсе не является привилегией гравитационного взаимодействия, поэтому концепция Верлинде не кажется мне состоятельной.

- Предложенное в настоящей статье обобщение зависимости для энтропии позволяет описывать с ее помощью как “обычные состояния" массивных тел с относительно небольшой энтропией мысленного горизонта охватывающей поверхности, так и состояние черной дыры с огромной энтропией на горизонте событий. При этом естественным образом объясняется природа знаменитого “предела Бекенштейна” (универсального предела для энтропии) и определяются поправки к значениям энтропии для всего спектра астрофизических объектов (см. табл. 1).

Таблица 1

Отношение $(\rho/\rho_{кр})$ для различных астрофизических объектов

Объект	**Масса M (кг)**	**Радиус R (м)**	**Гравитационный радиус R_G (м)**	$(\rho/\rho_{кр}) = (R_G/R)^3$
Земля	$6{\cdot}10^{24}$	$6{\cdot}10^{6}$	10^{-2}	$\sim 10^{-26}$
Солнце	$2{\cdot}10^{30}$	$7{\cdot}10^{8}$	$3{\cdot}10^{3}$	$\sim 10^{-16}$
Млечный Путь	$3{\cdot}10^{42}$	$\sim 10^{19}$	$\sim 10^{15}$	$\sim 10^{-12}$
Вселенная	$\sim 10^{53}$	$\sim 10^{26}$	$\sim 10^{26}$	~ 1

- Силы тяготения определяют естественное направление эволюции систем, отвечающее второму началу термодинамики.

Ссылки:

[Bekenstein, 2003] Jacob D. Bekenstein. Black holes and information theory. arXiv:quant-ph/0311049v1 9 Nov 2003

[Good, 2006] Michael R.R. Good. Thermalizing the Vacuum. Available at: http://www.unc.edu/~mgood/research/Unruh.pdf. Русский перевод “Нагревая вакуум” доступен по ссылке: http://timeorigin21.narod.ru/rus_translation/Thermalizing_the_vacuum.pdf

[Myung et al., 2010] Yun Soo Myung, Hyung Won Lee, and Yong-Wan Kim. Entropic force versus temperature force. arXiv:1006.1922v1 [hep-th] 9 Jun 2010. Русский перевод “Температурная сила взамен энтропийной силы” доступен по ссылке: http://timeorigin21.narod.ru/rus_translation/Temperature_force.pdf

[Porcelli and Scibona, 2010] Fernando Porcelli and Giancarlo Scibona. On the Black Hole’s Thermodynamics and the Entropic Origin of Gravity. Arxiv: 1011.0895. См. реферат на русском языке: Порцелли и Чибона. “О термодинамике черных дыр и энтропийном происхождении гравитации” по ссылке http://www.timeorigin21.narod.ru/rus_translation/1011_0895_Entropy_from_gravity.pdf

[Verlinde, 2010] Erik Verlinde. On the Origin of Gravity and the Laws of Newton. arXiv:1001.0785v1 [hep-th] 6 Jan 2010. Русский перевод “О природе тяготения и законов Ньютона” доступен по ссылке http://timeorigin21.narod.ru/rus_translation/Gravity_and_entropy.pdf