

## Термодинамика времени

Д. Селс и М. Вутерс (Бельгия)

Сокращенный перевод М.Х. Шульмана ([shulman@dol.ru](mailto:shulman@dol.ru), [www.timeorigin21.narod.ru](http://www.timeorigin21.narod.ru))

---

arXiv:1501.05567v1 [quant-ph] 22 Jan 2015

### The thermodynamics of time

Dries Sels and Michiel Wouters

TQC, Universiteit Antwerpen, Universiteitsplein 1, B-2610 Antwerpen, Belgium

(Dated: January 23, 2015)

---

В квантовой механике абсолютное время не только препятствует созданию непротиворечивой теории квантовой гравитации, но и создает трудности со вторым законом термодинамики. Действительно, вопреки нашему опыту уравнения Уилера-деВитта [3, 4] – канонического квантования общей относительности – предсказывают статическую Вселенную. Подобным же образом, когда просто рассматривают динамику замкнутых квантовых систем, второй закон исчезает, поскольку энтропия фон Неймана инвариантна относительно унитарных преобразований. В данной публикации в основном исследуется эта последняя проблема и показывается, что она может быть решена сопоставлением процедур измерения времени некоторого минимального количества ресурсов. Хотя в квантовой механике и существует абсолютное время, наблюдатель может измерять время только с помощью некоторых часов. При *локальном* измерении минимальное производство энтропии равно числу “тиков”. Эта нижняя граница достигается черной дырой.

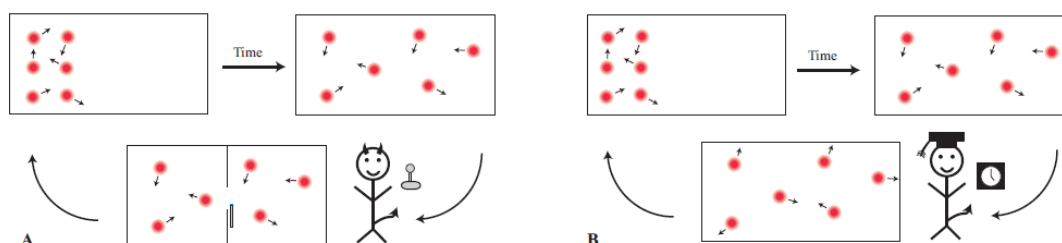


Рисунок 1. Нарушенная динамика.

А. Демон Максвелла, который имеет доступ к микроскопическому состоянию классического газа, может поместить все частицы с одной стороны перегородки, управляя положением дверцы так, чтобы молекулы в основном влетали на соответствующую сторону, но не вылетали из нее. В конце концов, демон обеспечит такое специальное состояние, когда все частицы находятся слева. Если теперь удалить перегородку, то газ начнет со временем расширяться до тех пор, пока не заполнит весь сосуд, после чего процесс может быть повторен.

В. Демон Лошмидта может выполнять те же самые задачи без необходимости наличия разделяющей стенки. Когда газ снова расширяется во времени от состояния, в котором все частицы находятся слева, к состоянию с равномерным распределением частиц по всему объему, достаточно инвертировать все скорости, чтобы система вернулась к начальному состоянию. При обладании знанием начального состояния и гамильтониана системы, от демона требуется, чтобы в его распоряжении были еще только достаточно точные часы. Заметим, что для обеспечения цикличности процесса А демон Максвелла должен сбрасывать записи о своих измерениях, тогда как демон Лошмидта в процессе В должен сбрасывать свои часы.

Обратимая микроскопическая динамика и макроскопическая стрела времени могут быть приведены в согласие, если учесть цену информации. Связь между

информацией и термодинамикой с наибольшей полнотой устанавливается в мысленном эксперименте с демоном Максвелла [5, 6], где демон имеет доступ к микроскопическому состоянию системы и, благодаря этому, мог бы нарушить второй закон, как показано на рис. 1. Это, в свою очередь, привело Сцилларда к изобретению машины, которая могла бы преобразовывать информацию в работу [7]. Такое устройство действует на основе манипуляции броуновскими частицами с помощью неравновесной обратной связи [8]. Кажущийся парадокс не был полностью решен до тех пор, пока Ландауэр не ввел понятие логической необратимости [9], которая устанавливает цену за стирание информации. Демон Максвелла не может, следовательно, преодолеть второй закон, т.к. он должен стирать записи о своих измерениях, что необходимо для своевременного открытия дверцы.

Подобный анализ может быть применен к возражению Лошмидта против доказательства Больцмана [10], что энтропия всегда возрастает. Лошмидт аргументировал, что инвертирование всех скоростей частиц газа, которое влияет на энтропию, должно возвращать энтропию назад к ее начальному значению, как показано на рис. 1. Снова надо использовать второе начало, учитывая практические аспекты инвертирования скоростей. Лошмидт мог бы, например, выполнить свою задачу, придавая каждой молекуле толчок в направлении в правильном направлении. Снова требуется знать, какие толчки следует осуществлять. Если мы предположим, что Лошмидт знает начальное состояние газа, то знания гамильтониана достаточно, чтобы узнать все положения и скорости в любой момент времени. Таким образом, можно заключить, что с решением уравнений движения и достаточно точными часами инвертирование может быть достигнуто, см. рис. 2.

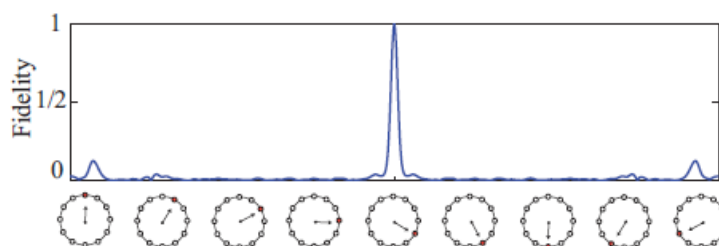


Рисунок 2. Эхо Лошмидта.

Любая операция, которая может обратить состояние системы, имеет вероятность в виде резкого пика вблизи определенного момента времени с шириной порядка времени Больцмана  $T_B$ . С целью обратить состояние системы необходимы часы с разрешением  $\tau = T_B$ .

Поскольку часы являются физическим ресурсом, представляется, что парадокс Лошмидта мог бы быть решен, если измеренное время производит энтропию по крайней мере в ходе уменьшения энтропии в газе. Вигнер уже заметил, что часы являются существенно немикроскопическим объектом [11], но авторы не уверены, что даст решение парадокса Лошмидта.

Сильнейший феноменологический аргумент в пользу линейного производства энтропии часами следует из анализа, выполненного в работе Салекера и Вигнера [17]. Они исследовали пределы, устанавливаемые локальностью, для ресурсов, необходимые для конструирования часов, связанные с принципом неопределенности Гейзенберга. В соответствии с этим, для получения отсчета часов, запущенных в момент времени  $t$  и обладающих погрешностью  $\tau$ , необходимо, чтобы неопределенность в положении часов была менее  $c\tau$ , где  $c$  – скорость света. Начальный разброс положения, равный  $\lambda$ ,

влечет неопределенность в скорости порядка  $\hbar/M\lambda$ , где  $M$  – полная масса. Разброс, обусловленный квантовой диффузией  $\hbar t/M\lambda$ , ограничивает надежно измеренное число тиков часов величиной [17, 18]

$$n_{\text{ticks}} = \frac{t}{\tau} \leq \frac{Mc^2}{\hbar\tau^{-1}}. \quad (4)$$

Это соотношение показывает, что каждый тик часов требует энергии  $\hbar\tau^{-1}$ . Здесь, очевидно, масса является ресурсом для измерения времени. Имея в виду время как информацию, немедленно устанавливаем соответствие между “its” и “bits”<sup>1</sup>, между массой и информацией [20].

Число тиков в часах может быть прямо связано с энтропией благодаря общей теории относительности. Чтобы часы “тикнули” в момент времени  $\tau$ , их физический размер не должен превышать  $c\tau$ . Если мы хотим исключить, чтобы наши часы стали черной дырой и перестали делать отсчеты, нам требуется, чтобы  $c\tau > r_S$ , где шварцшильдовский радиус  $r_S = 2GM/c^2$ . Интересно рассмотреть предельный случай, когда часы становятся черной дырой ( $c\tau = r_S$ ), так что [18, 19]

$$n_{\text{ticks}} \lesssim \frac{GM^2}{\hbar c} \sim S_{BH}. \quad (5)$$

Энтропия Бекенштейна-Хокинга  $S_{BH}$  [21-23] определяет, таким образом, число тиков, которое может исходить из черной дыры. В отчетливом контрасте с анализом в абстрактном гильбертовом пространстве, который дает логарифмическое производство энтропии, релятивистская феноменология предсказывает производство энтропии часами, которая со временем изменяется линейно, что соответствует классическому макроскопическому объекту. Напомним, что решающий дополнительный ингредиент при феноменологическом анализе – это понятие локальности.

Наибольшая проблема с волновой функцией стандартных квантовых часов состоит в том, что она не включает все ресурсы, требуемые для реальных часов. Они просто состоят из одной гармонической колебательной степени свободы. Это система, которая фундаментально описывается такой же волновой функцией, как и распространяющийся фотон. Тот факт, что ей никогда нельзя воспользоваться, делает ее бесполезной в качестве часов. Чтобы построить работающие часы, основанные на фотоне, необходимо что-то вроде зеркала, т.е. массивный объект с большим числом степеней свободы. Черная дыра действительно может рассматриваться как зеркало, удерживающее фотон на его горизонте.

Дополнительный аргумент для масштабирования уравнения (5), состоящий в том, чтобы включить в волновую функцию часов минимальные элементы, необходимые для измерения состояния гармонического осциллятора, т.е. создать часы, работающие в макроскопический мир. Схема установки показана на рис. 3. Чтобы детекторы надежно регистрировали отсчеты времени, их температура должна удовлетворять условию  $k_B T \leq \hbar\tau^{-1}$ . Поскольку для часов требуется энергия  $E \geq n_{\text{ticks}}\hbar\tau^{-1}$ , мы получаем

$$n_{\text{ticks}} \leq \frac{E}{T} = S. \quad (6)$$

<sup>1</sup> Отсылка к знаменитому изречению Дж. А. Уилера “все из бита” (примеч. пер.)

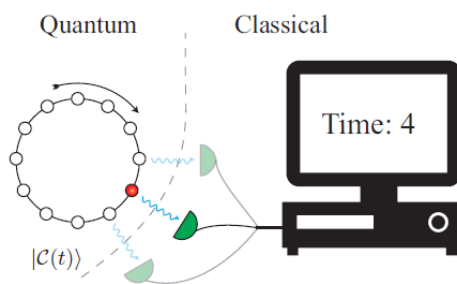


Рисунок 3. Часы.

Схематическое изображение часов. Они состоят из частицы, скачкообразно перескакивающей из одного положения в другое. Каждое положение связано со своим детектором, который может регистрировать прохождение частицы. С выхода детектора результат может поступать на классический компьютер, показывающий время на экране.

Черная дыра – это просто особый случай, когда температура равна температуре Хокинга  $k_B T_H \sim \hbar c^3 / GM$ . Большая величина энтропии черной дыры является следствием того, что она испаряется, испуская большое число квантов с очень низкой энергией, что приводит к очень большому числу тиков часов.

Замечательно, что результаты уравнений (5) и (6) согласуются, хотя они основаны на совершенно различной феноменологии. Тогда как уравнение (5) основано на квантовой неопределенности в сочетании с общей теорией относительности, вывод уравнения (6) вытекает из анализа квантового измерения в сочетании с термодинамикой. Мы полагаем, что это ведет к прояснению фундаментальной роли квантового измерения/информации в пространстве и времени.

Поскольку температура Хокинга уменьшается при увеличении массы, более быстрые часы получаются при использовании меньшей массы. Однако чем меньше масса часов, тем больше квантовая диффузия. Слишком сильное уменьшение массы приводит к тому, что часы делокализируются уже в течение одного периода. Самые быстрые часы, которые можно сконструировать, это черная дыра с массой Планка, которая испаряется за планковское время. Обратим внимание на аналогию между испарением черной дыры с массой Планка за планковское время и разрушением эха Лошмидта. Сигнал, изображенный на рис. 2, действительно может рассматриваться как часы с единственным тиком.

Итак, показано, что, подобно мысленному эксперименту с демоном Максвелла, парадокс Лошмидта решается благодаря учету логической необратимости. Демон, который знает законы физики, нуждается только в том, чтобы знать время, откуда следует, что нужно знать и цену времени. Включая и измерительное средство, число тиков ограничено энтропией. Дальнейшие ограничения, накладываемые общей теорией относительности, показывают, что число битов не может превышать энтропию Беккенштейна-Хокинга.

Авторы благодарят J. Tempere, F. Brosens, J.T. Devreese и M. Richard за стимулирующее обсуждение. D.S. благодарит за поддержку FWO во время пост-докторальной стажировки в Research Foundation - Flanders.

## Ссылки

- [1] Aristotle, Physics, book IV, chapter 12
- [2] J.A. Wheeler, American Scientist, Vol. 74, 366 (1986)
- [3] B. S. DeWitt, Phys. Rev. 160, 1113(1967); J.A.Wheeler, in Battelle Rencontres, edited by C. DeWitt and J.A. Wheeler (Benjamin, New York, 1968)

- [4] J. B. Hartle and S. W. Hawking, *Phys.Rev.D* 28, 2960 (1983)
- [5] J.C. Maxwell, *Theory of heat*, p. 338 (1871)
- [6] K. Maruyama, F. Nori, and V. Vedral, *Rev. Mod. Phys.* 81, 1 (2009)
- [7] L. Szilard, *Z. Phys.* 53, 840 (1929)
- [8] S. Toyabe, T. Sagawa, M. Ueda, E. Muneyuki, M. Sano, *Nature Physics* 6 (12): 988-992. (2010)
- [9] R. Landauer, *IBM J. Res. Dev.* 5, 183 (1961)
- [10] L. Boltzmann, *The Kinetic Theory of Gases, History of Modern Physical Sciences* 1, pp. 262–349, (2003)
- [11] E. P. Wigner, *Rev. Mod. Phys.* 29, 255 (1957).
- [12] A. Polkovnikov, *Ann. Phys. (N.Y.)* 326, 486 (2011)
- [13] D. Sels, M. Wouters, arXiv:1409.2689
- [14] N. Margolus, L. B. Levitin , *Physica D* 120, 188 (1998).
- [15] S. R. De Groot, P. Mazur, *Non-Equilibrium Thermodynamics*, Dover Publications (2011)
- [16] J. Eisert, M. Cramer and M. B. Plenio, *Rev. Mod. Phys.* 82, 277 (2010).
- [17] H. Salecker and E. P. Wigner, *Phys. Rev.* 109, 571 (1958).
- [18] Y. J. Ng, *Entropy* 10, 441 (2008).
- [19] Seth Lloyd, *Nature* 406, 1047-1054 (2000); *Phys. Rev. Lett.* 88, 237901 (2002)
- [20] J.A. Wheeler, in *Complexity, Entropy, and the Physics of Information* , W.H. Zurek, ed., *Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity volume VIII*, Addison Wesley, Redwood City (1988).
- [21] J. D. Bekenstein, *Phys. Rev. D* 7, 2333 (1973).
- [22] J.M. Bardeen, B. Carter, S.W. Hawking, *Comm. Math. Phys.* 31, 161 (1973)
- [23] S. Hawking, *Nature* 248, 30 (1974); *Comm. Math. Phys.* 43, 199 (1975)